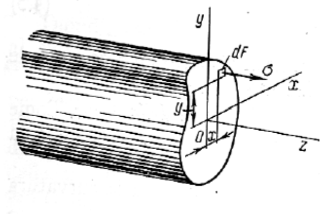
Trave a grande curvatura

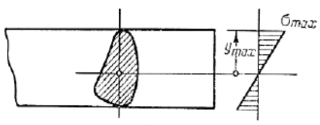
Nel caso di trave rettilinea vale ipotesi di Saint Venant

Ad esempio per la flessione abbiamo visto:



curvatura $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ_x}$

$\sigma = \frac{My}{J_x}$ sforzo normale



$J_x = \frac{bh^3}{12}$ *con* $y_{max} = \frac{h}{2}$

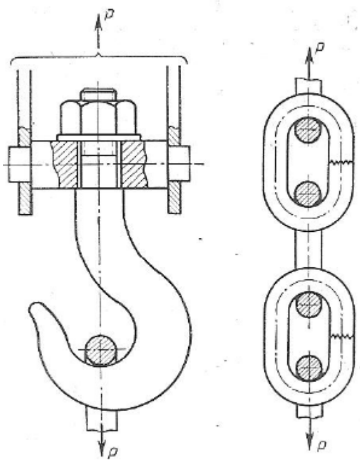
$J_x = \frac{\pi D^4}{64}$ *con* $y_{max} = \frac{D}{2}$

GLI SFORZI DI FLESSIONE SONO INVERSAMENTE PROPORZIONALI AL CUBO DELLE DIMENSIONI LINEARI DELLA SEZIONE

1

Trave a grande curvatura

Nel caso di trave curva l'asse neutro e l'asse baricentrico non coincidono



Si distingue per semplicità in travi a piccola curvatura e travi a grande curvatura

altezza di una sezione h nel piano di curvatura
raggio di curvatura dell'asse della trave ρ_0

$\frac{h}{\rho_0} \leq 0.2$ piccola curvatura

$\frac{h}{\rho_0} \geq 0.2$ grossa curvatura

N.B.: la distinzione è convenzionale non esiste linea netta di demarcazione

2

Per una trave a piccola curvatura si possono applicare le formule viste in precedenza. Cambia solo la formula della curvatura:

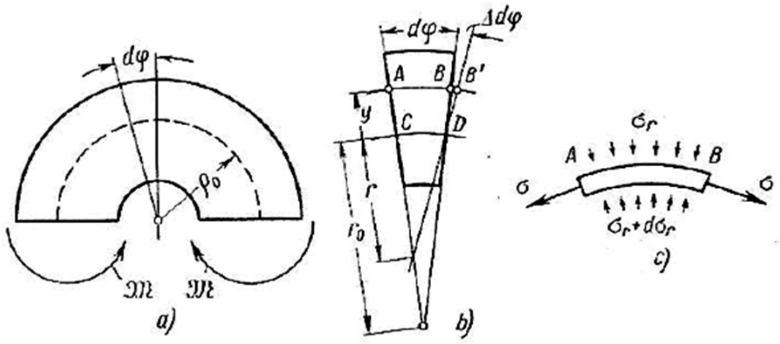
$$\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho_0}=\frac{M}{EJ_x}$$

curvatura iniziale della trave

Pertanto per travi con piccola curvatura non ci sono grosse differenze se non per la determinazione degli spostamenti

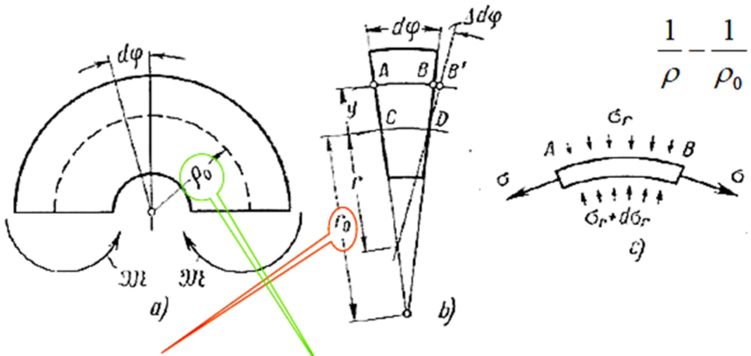
Per una trave a grande curvatura:

$$\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho_0}=\frac{M}{EJ_x}$$



Trave a grande curvatura

$$\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho_0}=\frac{M}{EJ_x}$$



l'asse neutro per una trave a grande curvatura è spostato verso il centro di curvatura rispetto all'asse baricentrico

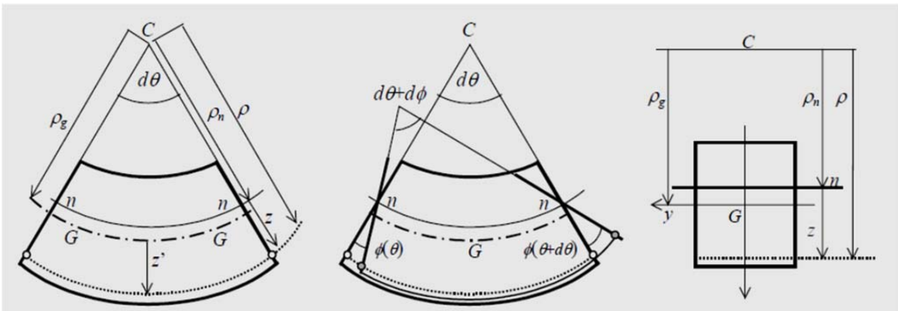
ρ_O = raggio di curvatura dell'asse baricentrico

r_O= raggio di curvatura dell'asse neutro (da determinare)

r = raggio di curvatura dell'asse neutro dopo la deformazione

5

Trave a grande curvatura



6

Allungamento dello strato AB:

$$\varepsilon = \frac{BB'}{AB} = \frac{y\Delta d\varphi}{(r_0 + y)\,d\varphi}$$

Si è supposto che y non varia durante la flessione

$$CD = (d\varphi + \Delta d\varphi)\,r \qquad \text{ma vale anche} \qquad CD = r_o d\varphi$$

Quindi:

$$\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} = r_0\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right) \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{y}{r_0 + y} r_0\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)$$

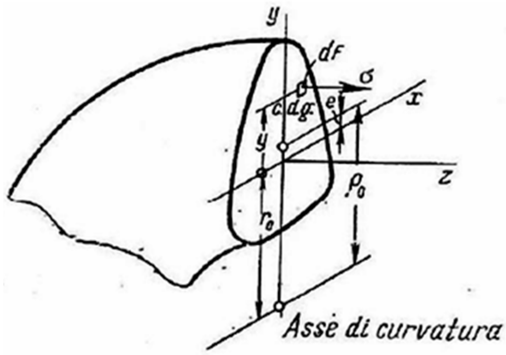
$$\sigma = E\varepsilon \quad \rightarrow \quad \sigma = E\frac{y}{r_0 + y} r_0\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)$$

Le dimensioni della sezione trasversale sono confrontabili con il raggio r_o e perciò la quantità y a denominatore è determinante

Di conseguenza gli sforzi non sono distribuiti linearmente lungo la sezione.

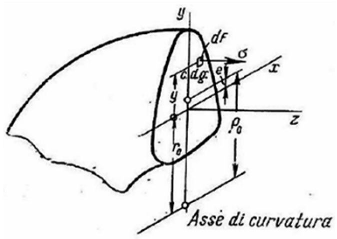
Per trave rettilinea $1/r_o=0$ $\qquad \sigma = \dfrac{Ey}{r}$

Se per semplicità si suppone che la sezione della trave sia simmetrica rispetto al piano di curvatura, l'asse y è allora asse di simmetria della sezione ed il momento delle forze elementari σdF è nullo rispetto ad esso.



$$N = \int_F \sigma dF$$

$$M_f = \int_F \sigma y dF$$



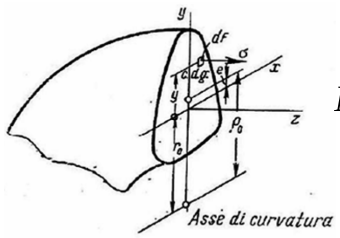
$$N = \int_F \sigma dF \qquad M_f = \int_F \sigma y dF$$

$$N = Er_0\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)\underbrace{\int_F \frac{ydF}{r_0 + y}}_{=0}$$

$$M_f = Er_0\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)\int_F \frac{y^2 dF}{r_0 + y}$$

$$M_f = Er_0\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)\left[\int_F ydF - r_0\int_F \frac{ydF}{r_0 + y}\right]$$

Trave a grande curvatura



$$M_f = Er_0\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_0}\right)\left[\int_F ydF - r_0\int_F \frac{ydF}{r_0+y}\right]$$

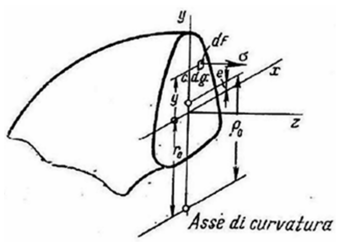
Momento statico della sezione rispetto all'asse neutro = Fe

e = distanza tra asse neutro e asse baricentrico: $e = \rho_0 - r_0$

$$M_f = Er_0\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_0}\right)Fe \longrightarrow \sigma = \frac{M_f}{Fe}\frac{y}{r_0+y}$$

11

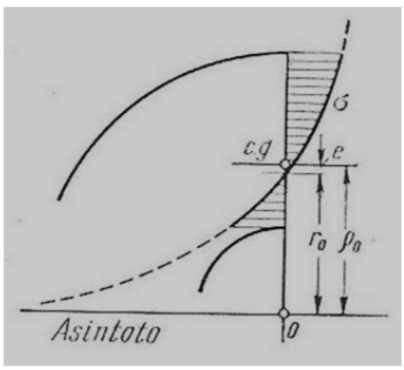
Trave a grande curvatura



$e = \rho_0 - r_0$

$$\sigma = \frac{M_f}{Fe}\frac{y}{r_0+y}$$

Andamento iperbolico

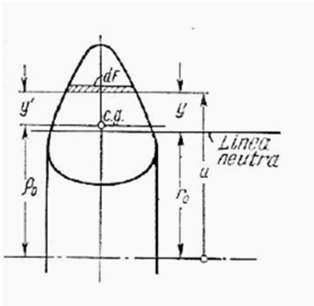


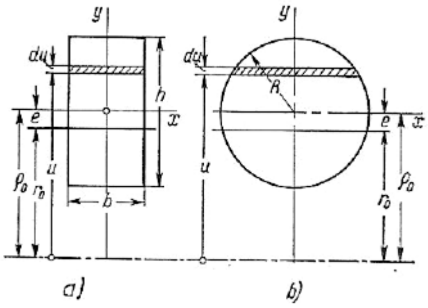
12

Determinazione posizione asse neutro:

$$u = r_0 + y$$

$$\int \frac{u - r_0}{u} dF = 0 \quad \rightarrow \quad r_0 = \frac{F}{\int_F \frac{dF}{u}}$$





$$r_0 = \frac{F}{\int_F \frac{dF}{u}}$$

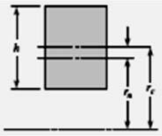
Per sezione rettangolare:

$$\int_F \frac{dF}{u} = b \int_{\rho_0 - h/2}^{\rho_0 + h/2} \frac{du}{u} = b \ln \frac{\rho_0 + h/2}{\rho_0 - h/2}$$

$$r_0 = \frac{h}{\ln \frac{\rho_0 + h/2}{\rho_0 - h/2}} \qquad e = \rho_0 - \frac{h}{\ln \frac{\rho_0 + h/2}{\rho_0 - h/2}}$$

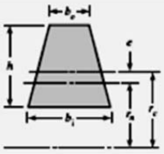
Trave a grande curvatura

(Shigley et. al.)



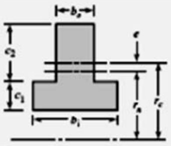
$$r_c = r_i + \frac{h}{2}$$

$$r_n = \frac{h}{\ln(r_o/r_i)}$$



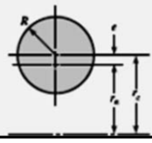
$$r_c = r_i + \frac{h}{3}\frac{b_i + 2b_o}{b_i + b_o}$$

$$r_n = \frac{A}{b_o - b_i + [(b_i r_o - b_o r_i)/h]\ln(r_o/r_i)}$$



$$r_c = r_i + \frac{b_i c_1^2 + 2b_o c_1 c_2 + b_o c_2^2}{2(b_o c_2 + b_i c_1)}$$

$$r_n = \frac{b_i c_1 + b_o c_2}{b_i \ln[(r_i + c_1)/r_i] + b_o \ln[r_o/(r_i + c_1)]}$$

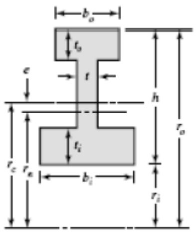


$$r_c = r_i + R$$

$$r_n = \frac{R^2}{2\left(r_c - \sqrt{r_c^2 - R^2}\right)}$$

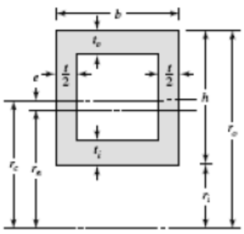
Trave a grande curvatura

(Shigley et. al.)



$$r_c = r_i + \frac{\frac{1}{2}h^2 t + \frac{1}{2}t_i^2(b_i - t) + t_o(b_o - t)(h - t_o/2)}{t_i(b_i - t) + t_o(b_o - t) + ht}$$

$$r_n = \frac{t_i(b_i - t) + t_o(b_o - t) + ht_o}{b_i \ln\frac{r_i + t}{r_i} + t\ln\frac{r_o - t_o}{r_i + t_i} + b_o \ln\frac{r_o}{r_o - t_o}}$$

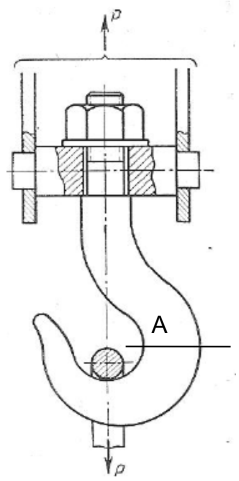


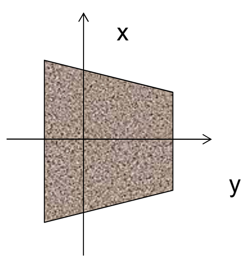
$$r_c = r_i + \frac{\frac{1}{2}h^2 t + \frac{1}{2}t_i^2(b - t) + t_o(b - t)(h - t_o/2)}{ht + (b - t)(t_i + t_o)}$$

$$r_n = \frac{(b - t)(t_i + t_o) + ht}{b\left(\ln\frac{r_i + t_i}{r_i} + t\ln\frac{r_o}{r_o + t_o}\right) + t\ln\frac{r_o - t_o}{r_i + t_i}}$$

Formula approssimata:

$$e \approx \frac{J_x}{\rho_0 F}$$





Base maggiore = 40 mm
Base minore = 10 mm
Raggio interno = 30 mm
Raggio esterno = 100 mm
Altezza trapezio = re-ri= 70 mm
P = 2000 kg